

Praktikum Messtechnik

Gruppe 4.3.2-4

Versuch:

- 402 -

Messung von Impedanzen

Versuchsdatum:

07.05.2003

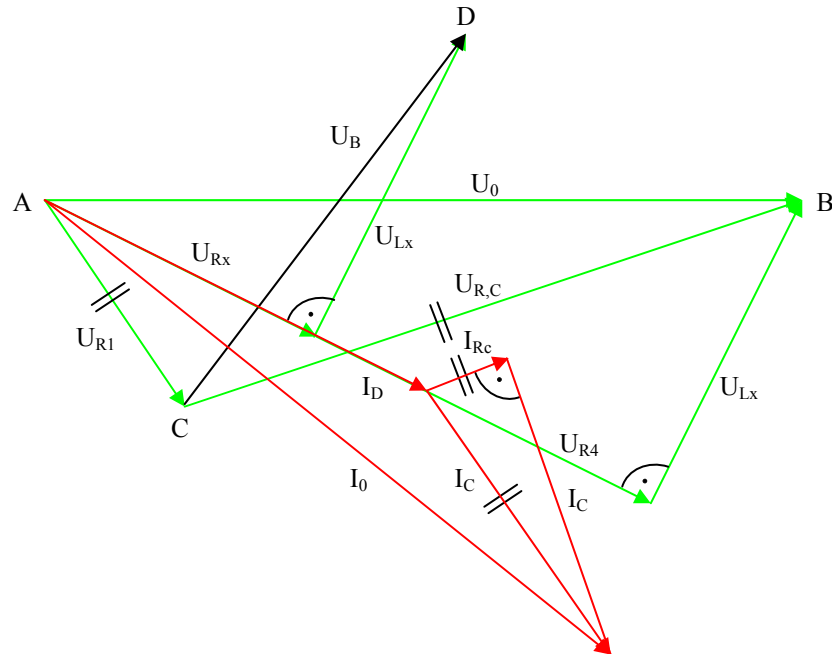
Teilnehmer:

Karg, Michael
Uhl, Michael
Hornung, Jörg

1 Versuchsvorbereitung

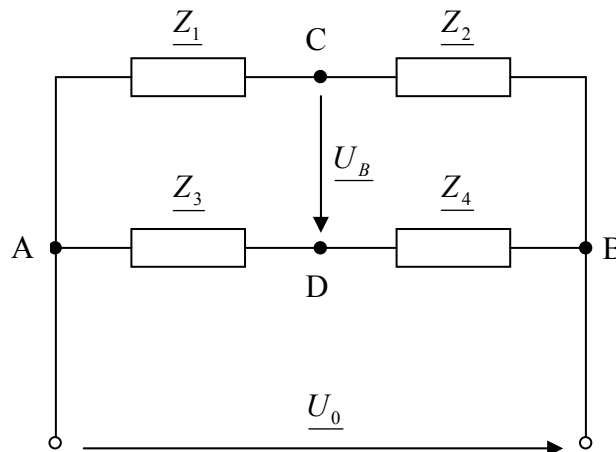
1.1 Zeigerdiagramm für die nichtabgeglichene Brücke nach Bild 2.2

Qualitatives Zeigerdiagramm; induktives Verhalten



1.2 Untersuchung der Schaltung von Bild 2.3 nach deren Abgleichbarkeit

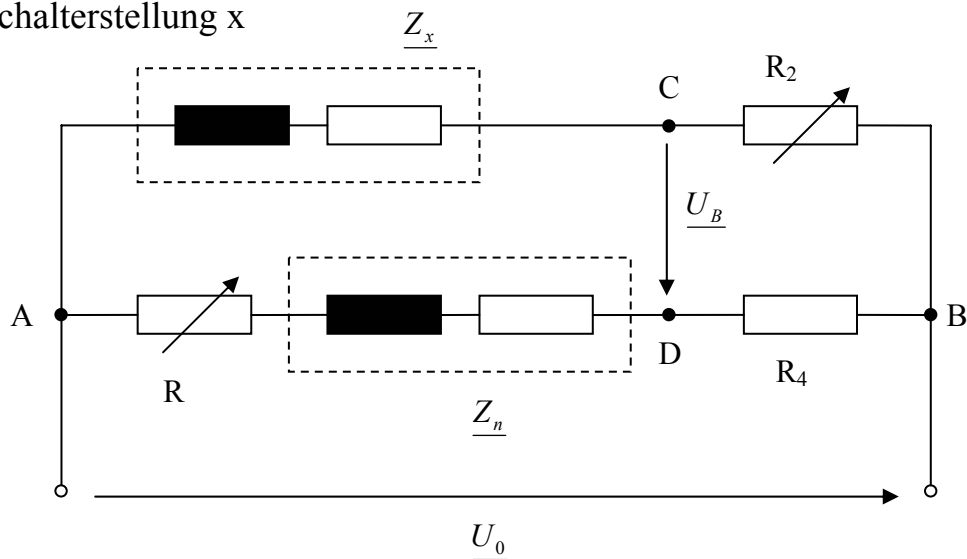
Allgemein:



Brücke ist abgeglichen ($\underline{U}_B = 0$), wenn gilt:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad \text{und} \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4$$

a) Schalterstellung x



Widerstandsbeträge und Phasenwinkel:

$$Z_1 = \sqrt{R_x^2 + X_x^2}$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{X_x}{R_x}\right)$$

$$Z_2 = R_2$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$Z_3 = \sqrt{(R + R_n)^2 + X_n^2}$$

$$\varphi_3 = \arctan\left(\frac{X_n}{R + R_n}\right)$$

$$Z_4 = R_4$$

$$\varphi_4 = 0$$

Betragsgleichung:

$$\frac{\sqrt{R_x^2 + X_x^2}}{R_2} = \frac{\sqrt{(R + R_n)^2 + X_n^2}}{R_4}$$

Phasengleichung:

$$\frac{X_x}{R_x} = \frac{X_n}{R + R_n}$$

Die Phasengleichung nach X_x aufgelöst und in die Betragsgleichung eingesetzt ergibt:

$$X_x = R_x \cdot \frac{X_n}{R + R_n} \rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_4} \cdot \frac{\sqrt{(R + R_n)^2 + X_n^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_n}{R + R_n}\right)^2}} \rightarrow R_x = (R + R_n) \cdot \frac{R_2}{R_4}$$

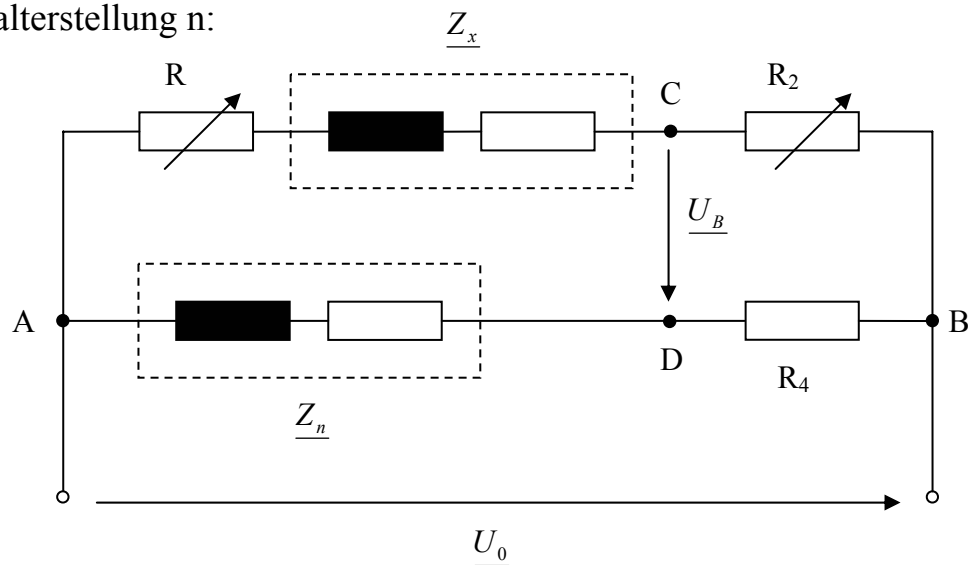
$$\rightarrow X_x = X_n \cdot \frac{R_2}{R_4} \rightarrow L_x = L_n \cdot \frac{R_2}{R_4}$$

Ergebnis:

Die Betragsanpassung ist gut möglich, da von einem Bruch der Nenner und von anderem der Zähler veränderlich ist.

Die Phasen Anpassung ist nur dann möglich, wenn $\frac{X_x}{R_x} < \frac{X_n}{R_n}$

b) Schalterstellung n:



Widerstandsbeträge und Phasenwinkel:

$$Z_1 = \sqrt{(R + R_x)^2 + X_x^2}$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{X_x}{R + R_x}\right)$$

$$Z_2 = R_2$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$Z_3 = \sqrt{R_n^2 + X_n^2}$$

$$\varphi_3 = \arctan\left(\frac{X_n}{R_n}\right)$$

$$Z_4 = R_4$$

$$\varphi_4 = 0$$

Betragsgleichung:

$$\frac{\sqrt{(R + R_x)^2 + X_x^2}}{R_2} = \frac{\sqrt{R_n^2 + X_n^2}}{R_4}$$

Phasengleichung:

$$\frac{X_x}{R + R_x} = \frac{X_n}{R_n}$$

Die Phasengleichung nach X_x aufgelöst und in die Betragsgleichung eingesetzt ergibt:

$$X_x = (R + R_x) \cdot \frac{X_n}{R_n} \rightarrow R_x = \frac{R_2}{R_4} \cdot \frac{\sqrt{R_n^2 + X_n^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_n}{R_n}\right)^2}} - R \rightarrow R_x = R_n \cdot \frac{R_2}{R_4} - R$$

$$\rightarrow X_x = X_n \cdot \frac{R_2}{R_4} \rightarrow L_x = L_n \cdot \frac{R_2}{R_4}$$

Ergebnis:

Die Betragsanpassung ist gut möglich, da von dem ersten Bruch der Nenner und der Zähler veränderlich sind.

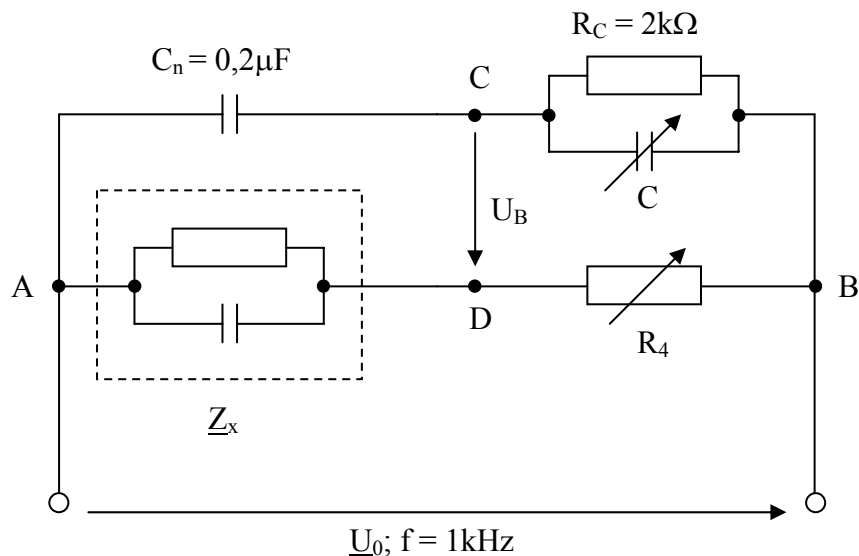
Die Phasen Anpassung ist nur dann möglich, wenn $\frac{X_x}{R_x} > \frac{X_n}{R_n}$

1.3 Ortskurve eines linearen Zweipols

Siehe 2.3

2 Versuchsdurchführung

2.1 Messung der Kapazität und des Verlustwinkels eines Papierkondensators



$$C_x = C_n \cdot \frac{R_C}{R_4 \cdot (1 + \tan^2 \delta_x)} \quad \tan \delta_x = \omega C \cdot R_C$$

$$D_x = \tan \delta_x \quad Q_x = \frac{1}{D_x}$$

Messung:

$$R_4 = 3,303 \text{ k}\Omega; \quad C = 6,5 \text{ nF}$$

Ergebnis:

$$\delta_x = \arctan(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot 6,5 \text{ nF} \cdot 2 \text{ k}\Omega) = 4,67^\circ$$

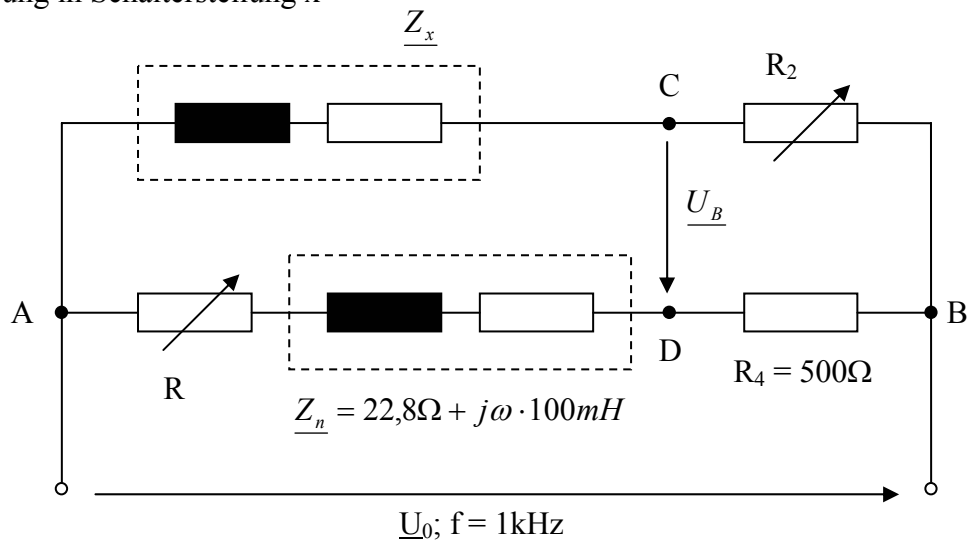
$$C_x = 0,2 \mu\text{F} \cdot \frac{2 \text{ k}\Omega}{3,303 \text{ k}\Omega (1 + \tan^2 4,67^\circ)} = 120,3 \text{ nF}$$

$$D_x = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot 6,5 \text{ nF} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 0,0817$$

$$Q_x = \frac{1}{0,0817} = 12,24$$

2.2 Messung der Induktivität und des Verlustwiderstandes einer Spule mit Eisenkreis

Messung in Schalterstellung x



$$R_x = (R + R_n) \cdot \frac{R_2}{R_4} \quad L_x = L_n \frac{R_2}{R_4}$$

Messung:

$$R = 94\Omega$$

$$R_2 = 3,6\text{k}\Omega$$

$$R_{L,Cu} = 5,7\Omega$$

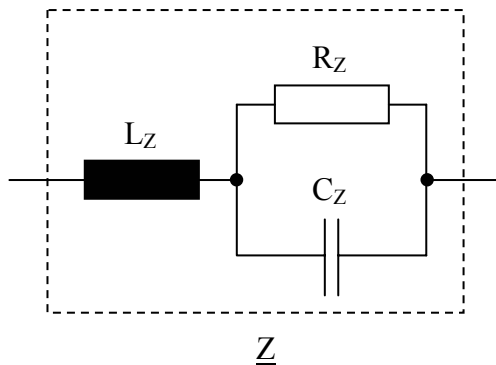
Ergebnis:

$$R_x = (94\Omega + 22,8\Omega) \cdot \frac{3600\Omega}{500\Omega} = 840,96\Omega$$

$$L_x = 100\text{mH} \cdot \frac{3600\Omega}{500\Omega} = 720\text{mH}$$

2.3 Bestimmung der Ortskurve eines Zweipols

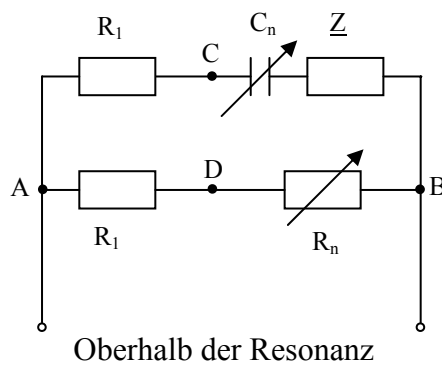
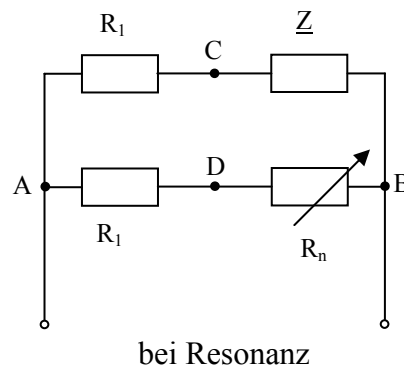
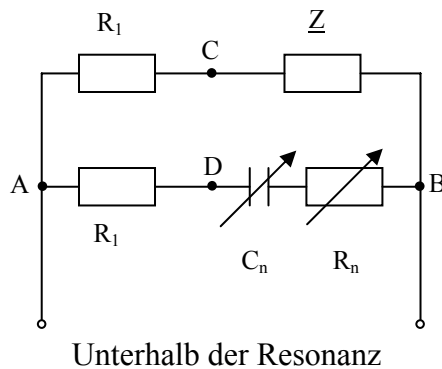
Zweipol:



$$\underline{Z} = \frac{R}{1 + R^2 \cdot (\omega C)^2} + j \left(\omega L - \frac{\omega C}{(\omega C)^2 + \frac{1}{R^2}} \right)$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{1}{C^2 \cdot R^2}}$$

Schaltbilder:



unterhalb der Resonanz:

$$Z = \frac{R_1}{R_3} \cdot \sqrt{R_n^2 + \left(\frac{1}{\omega C_n} \right)^2} \quad \varphi_Z = \arctan\left(-\frac{1}{R_n \cdot \omega C_n}\right)$$

bei Resonanz:

$$Z = R_n \quad \varphi_Z = 0$$

oberhalb der Resonanz

$$Z = \sqrt{\left(\frac{R_1 \cdot R_n}{R_3} \right)^2 + \left(\frac{1}{\omega C_n} \right)^2} \quad \varphi_Z = \arctan\left(\frac{R_3}{R_1 \cdot R_n \cdot \omega C_n}\right)$$

Umrechnung in Real- und Imaginärteil:

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}) = Z \cdot \cos \varphi_Z \quad \operatorname{Im}(\underline{Z}) = Z \cdot \sin \varphi_Z$$

Messung:

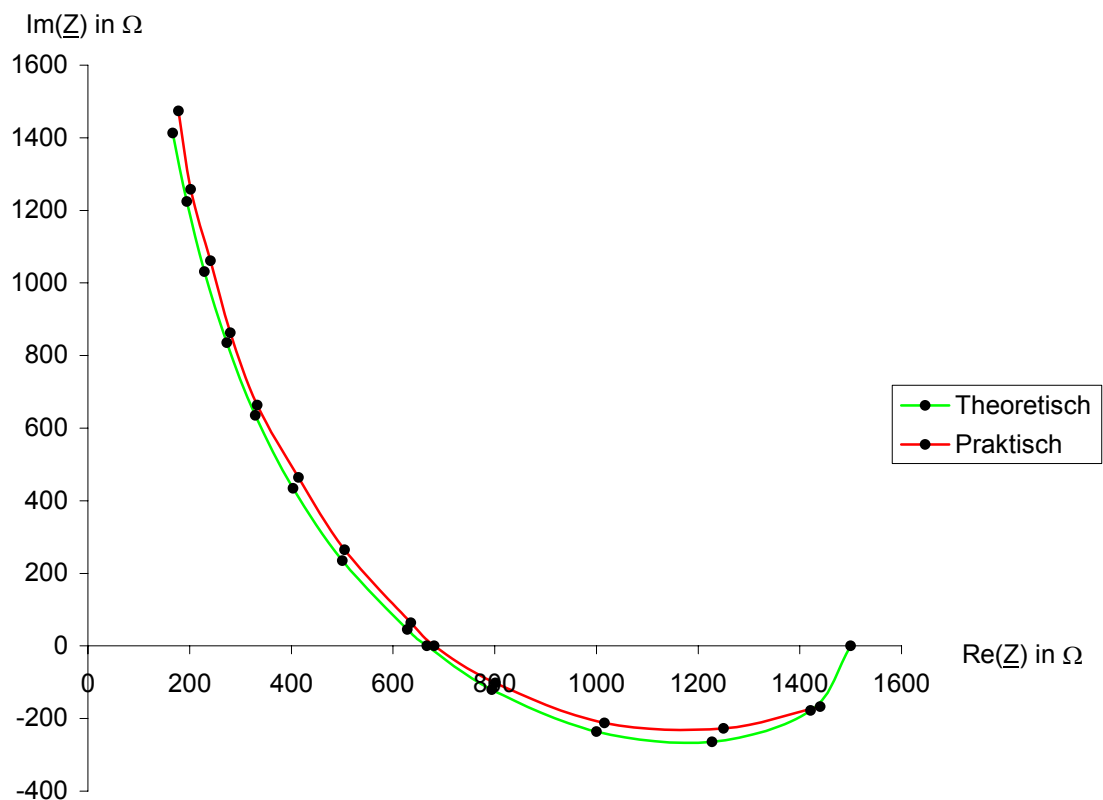
Festwerte:

$$R_1 = R_3 = 1\text{k}\Omega$$

$$R_Z = 1,5\text{k}\Omega \quad C_Z = 0,05\mu\text{F} \quad L_Z = 50\text{mH}$$

$$f = 500\text{Hz} \dots 6000\text{Hz}$$

	R_Z in $k\Omega$	C_Z in μF	L_Z in mH	R_1 in $k\Omega$	R_2 in $k\Omega$						
	1,5	0,05	50	1	1						
f in Hz	\underline{Z} (theoretisch)				Messwerte		\underline{Z} (praktisch)				φ in $^\circ$
	R in Ω	X in Ω	Z in Ω		C_n in nF	R_n in Ω	R in Ω	X in Ω	Z in Ω		
0	1500,0	0,0	1500,0	0,0							
500	1421,1	-177,8	1432,2	-7,1	1900	1440	1440	-167,54	1449,71	-6,636	
1000	1227,4	-264,3	1255,6	-12,1	700	1250	1250	-227,37	1270,51	-10,31	
1500	1000,2	-235,8	1027,6	-13,3	500	1016	1016	-212,21	1037,92	-11,8	
2000	794,4	-120,4	803,4	-8,6	780	801	801	-102,03	807,471	-7,259	
2373	666,7	0,0	666,7	0,0	0	681	681	0	681	0	
2500	628,2	45,4	629,8	4,1	1000	635	635	63,662	638,183	5,725	
3000	500,2	235,3	552,8	25,2	200	505	505	265,26	570,427	27,71	
3500	403,2	434,6	592,8	47,1	98	414	414	464,01	621,852	48,26	
4000	329,4	635,6	715,9	62,6	60	333	333	663,15	742,059	63,34	
4500	272,9	835,0	878,5	71,9	41	280	280	862,63	906,934	72,02	
5000	229,0	1031,3	1056,5	77,5	30	241	241	1061	1088,06	77,2	
5500	194,4	1224,1	1239,5	81,0	23	202	202	1258,1	1274,26	80,88	
6000	166,8	1413,4	1423,2	83,3	18	178	178	1473,7	1484,37	83,11	



2.4 Messung mit einem LCR-Messgerät an verschiedenen Bauelementen

Papierkondensator aus 2.1 und Spule aus 2.2:

	Kondensator	Spule ohne Eisenkern	Spule mit Eisenkern
\underline{Z}	$1,31\text{k}\Omega e^{-j85,3^\circ}$	$150,4\Omega e^{j87,63^\circ}$	$4,4\text{k}\Omega e^{j79,5^\circ}$
$\text{Re}(\underline{Z})$ und $\text{Im}(\underline{Z})$	$107\Omega - j1306\Omega$	$6,2\Omega + j150,3\Omega$	$802\Omega + j4326\Omega$
\underline{Y}	$763\mu\text{S} e^{j85,3^\circ}$	$6,7\text{mS} e^{-j87,63^\circ}$	$227\text{mS} e^{-j79,5^\circ}$
$\text{Re}(\underline{Y})$ und $\text{Im}(\underline{Y})$	$63\mu\text{S} + j761\mu\text{S}$	$0,28\text{mS} - j6,69\text{mS}$	$41,1\text{mS} - j223,2\text{mS}$
Reihenersatzschaltung C bzw. L	$121,90\text{nF}$	$23,9\text{mH}$	689mH
Parallelersatzschaltung C bzw. L	$121,08\text{nF}$	$24,0\text{mH}$	712mH
Güte Q	12,2	24,2	5,4
Dämpfung D	0,0822	0,0414	0,185

Übertrager:

$$L_1 = 1,24\text{H} \quad L_2 = 1,70\text{H}$$

$$L_s = 5,54\text{H} \quad L_g = 0,063\text{H}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{4}(L_s - L_g) = 1,23\text{H}$$

3 Versuchsauswertung

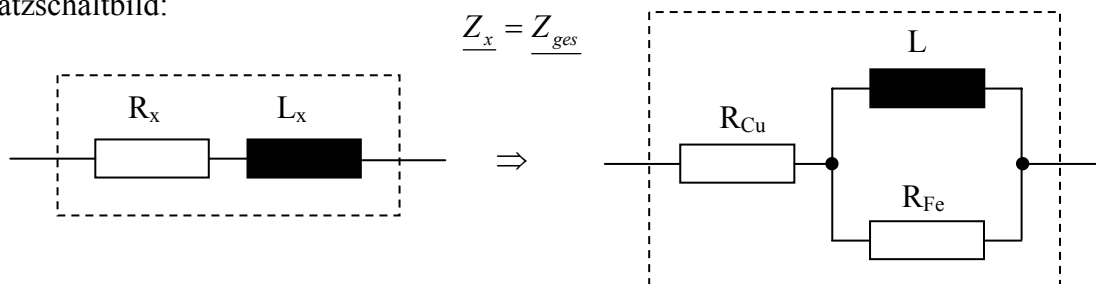
3.1 Auswertung der Messung aus 2.1

$$\delta_x = 4,67^\circ \quad C_x = 120,3nF \quad D_x = 0,0817 \quad Q_x = 12,24$$

3.2 Auswertung der Messung aus 2.2

$$R_x = 840,96\Omega \quad L_x = 720mH \quad R_0 = R_{Cu} = 5,7\Omega$$

Ersatzschaltbild:



$$\underline{Z}_{ges} = R_x + j\omega L_x = 840,96\Omega + 4523,90j\Omega = 4601,40\Omega e^{j79,47^\circ}$$

$$\underline{U}_{ges} = \underline{Z}_{ges} \cdot \underline{I} = 4601,40\Omega e^{j79,47^\circ} \cdot 0,1A e^{j0^\circ} = 460,1V e^{j79,47^\circ}$$

$$\underline{U}_{R_{Cu}} = \underline{I} \cdot R_{Cu} = 0,1A e^{j0^\circ} \cdot 5,7\Omega e^{j0^\circ} = 0,57V e^{j0^\circ}$$

$$\underline{U}_{L,R_{Fe}} = \underline{U}_{ges} - \underline{U}_{R_{Cu}} = 460,1V e^{j79,47^\circ} - 0,57V e^{j0^\circ} = 459,53V e^{j79,47^\circ}$$

$$\underline{Z}_{L,R_{Fe}} = \frac{\underline{U}_{L,R_{Fe}}}{\underline{I}} = \frac{459,53\Omega e^{j79,47^\circ}}{0,1A e^{j0^\circ}} = 4595,3\Omega e^{j79,47^\circ} = 839,8\Omega + j4517,9\Omega$$

$$R_{Fe} = \frac{|Z_{L,R_{Fe}}|^2}{R_s} = \frac{(4595,3\Omega)^2}{839,8\Omega} = 25,15k\Omega$$

$$P_{Cu} = I^2 \cdot R_{Cu} = (0,1A)^2 \cdot 5,7 = 0,057W \quad P_{Fe} = \frac{|U_{L,R_{Fe}}|^2}{R_{Fe}} = \frac{(459,53V)^2}{25,15k\Omega} = 8,396W$$

$$P_{ges} = P_{Cu} + P_{Fe} = 8,453W \quad P = I^2 \cdot R_x = 8,410W$$

3.3 Auswertung der Messung 2.3

Errechnet:

$$f_r = 2373\text{Hz} \quad Z = 666,7\Omega$$

Gemessen:

$$f_r = 2340\text{Hz} \quad Z = 681\Omega$$

Relativer Fehler der Frequenzmessung:

$$\varepsilon = \frac{2340 - 2373}{2373} = -1,4\%$$

Relativer Fehler der Impedanzmessung

$$\varepsilon = \frac{681 - 666,7}{666,7} = 2,1\%$$

3.4 Auswertung der Messung 2.4

Tabelle siehe 2.4

Spule mit Eisenkreis

Aus 2.2:

$$R_x = 840,96\Omega \quad L_x = 720\text{mH}$$

Aus 2.3

$$R_x = 802\Omega \quad L_x = 689\text{mH}$$